

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА СОПРОТИВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЮ ЛЕНТЫ ПО РОЛИКОПОРАМ МОЩНОГО КОНВЕЙЕРА

Розглянуто питання про фізичну сутність опору руху стрічки з вантажем по роликоопорах стрічкового конвеєра при великих натягненнях стрічки. Встановлено, що коефіцієнт опору руху стрічки по роликоопорах залежить від швидкості і властивостей стрічки, параметрів роликоопор конвеєра і не залежить від натягу стрічки.

DETERMINATION OF COEFFICIENT OF RESISTANCE TO MOTION OF RIBBON ON ROLIKOOPORAM POWERFUL CONVEYER

A question is considered about physical essence of resistance to motion of ribbon with a load for rolipooram band conveyer at the large pulls of ribbon. It is set, that the coefficient of resistance to motion of lento on rolipooram relies on speed and properties of ribbon, parameters of rolipoopor conveyer does not rely on the pull of ribbon.

Вопросами определения сопротивления движению ленты с грузом по роликоопорам ленточного конвейера занимались многие исследователи [1-5]. При этом выделяются три основные составляющие силы сопротивления движению ленты и груза по роликоопорам. Это силы сопротивления от вращения роликов, от деформации ленты и груза и от сжатия ленты под действием роликов. Авторы работ [1-3] полагают, что составляющая от деформации груза и ленты наиболее существенна и составляет 40-70 % от общей силы сопротивления.

В работе [4] делается вывод, что сила сопротивления движению ленты с грузом по роликоопорам ленточного конвейера в основном обусловлена сжатием ленты при качении ролика по ленте и сопротивлением вращению роликов роликоопор. При этом составляющая силы сопротивления от вдавливания роликов в ленту зависит от натяжения ленты, не зависит от толщины ленты и при больших натяжениях ленты не зависит от радиуса роликов, что не соответствует экспериментальным данным.

В работе [5] определяется коэффициент сопротивления движению ленты с грузом по роликоопорам, который прямо пропорционален погонной нагрузке и обратно пропорционален натяжению ленты. При этом лента представляла собой гибкую упругую нить, нагруженную распределенной нагрузкой с постоянной интенсивностью. Полученные теоретические результаты достаточно хорошо совпали с экспериментами при небольших натяжениях ленты ($S < 1$ т). Однако для больших натяжений ленты ($S \geq 1$ т) зависимость, полученная в работе [5], неверна. В этом случае, как показали эксперименты, сила сопротивления движению ленты и груза по роликоопоре не зависит от натяжения ленты.

Следовательно, вопрос определения коэффициента сопротивления движению ленты с грузом по роликоопорам ленточного конвейера и его зависимости от параметров ленты и груза в настоящее время до конца не изучен.

В силу принципа относительности в механике заменим задачу равномерного движения ленты с грузом по роликоопорам конвейера задачей качения роликоопор по ленте конвейера.

Рассмотрим сначала задачу качения роликов по ленте конвейера (рис. 1).

Предположим, что лента представляет собой цилиндрическую упругую пластину, лежащую между роликами, которая нагружена распределенной нагрузкой q , равной сумме погонных весов ленты и груза, и растянута силами натяжения S (см. рис. 1).

Как известно [6], упругая пластина в месте контакта с жестким роликом может соприкасаться в одной точке (Герцевский контакт) или по дуге. Поэтому для опреде-

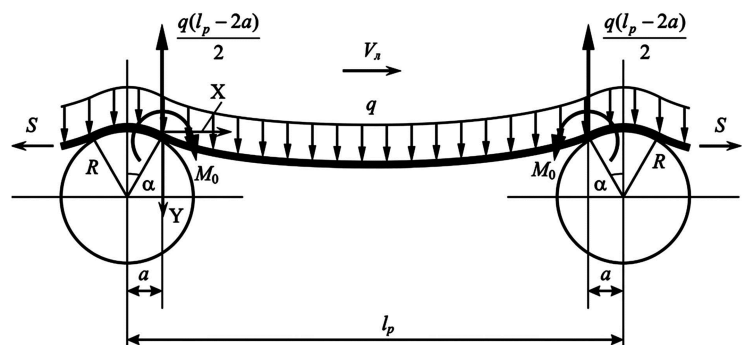


Рис. 1 – Расчетная схема определения угла обхвата лентой с грузом ролика ленточного конвейера

ления характера контакта вначале решим задачу определения угла обхвата лентой ролика в процессе ее движения по роlikоопорам.

Обозначим через α угол обхвата лентой ролика (угол набегания ленты на ролик). Согласно [7], уравнение изогнутой оси пластины относительно системы координат XOY имеет вид:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{S}{bD} y = -\frac{q(\ell_p - 2a)x}{2bD} + \frac{qx^2}{2bD} - \frac{M_0}{bD}, \quad (1)$$

где y – прогиб ленты, м;

ℓ_p – расстояние между роliками, м;

b – ширина ленты (пластины), м;

D – цилиндрическая жесткость ленты, Н·м;

a – половина хорды дуги обхвата лентой ролика, м;

M_0 – момент, действующий на ленту в точке касания ленты и ролика, Н·м.

Цилиндрическая жесткость пластины, согласно [20], определяется по формуле

$$D = \frac{E_n h^3}{12(1 - \nu^2)}, \quad (2)$$

где E_n – модуль упругости ленты, Н/м²;

h – толщина ленты, м;

ν – коэффициент Пуассона ленты.

Граничные условия при этом имеют вид:

- в точке набегания ленты на ролик

$$\text{при } x = 0 \quad y = 0, \quad \frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \alpha; \quad (3)$$

- в точке середины пролета ленты между роliками

$$\text{при } x = \frac{\ell_p - 2a}{2} \quad \frac{dy}{dx} = 0. \quad (4)$$

Решая уравнение (1) с учетом граничных условий (3), (4), получим

$$M_0 = -\frac{q(\ell_p - 2a)^2}{12} \psi(u_1) + \frac{2D_1}{(\ell_p - 2a)} \frac{u_1}{\operatorname{th} u_1} \operatorname{tg} \alpha, \quad (5)$$

где $\psi(u_1) = \frac{3(u_1 - \operatorname{th} u_1)}{u_1^2 \operatorname{th} u_1};$

$$u_1 = \frac{(\ell_p - 2a)}{2} \sqrt{\frac{S}{D_1}};$$

$D_1 = bD$ – изгибная жесткость ленты.

Согласно [7], момент сил, приложенных в точках контакта ленты с роliками, равен

$$M_0 = -\frac{D_1}{R}, \quad (6)$$

где R – радиус ролика, м.

Подставив (5) в (6), получим

$$\frac{q(\ell_p - 2a)^2}{12} \psi(u_1) - \frac{\sqrt{SD} \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{th} u_1} = \frac{D_1}{R}. \quad (7)$$

где $\alpha = R \sin \alpha$.

Так как $\ell_p \gg 2a$, то, полагая в (7) $\ell_p - 2a \approx \ell_p$, получим уравнение относительно α

$$\frac{q\ell_p^2}{12} \psi(u) - \frac{\sqrt{SD} \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{th} u} = \frac{D_1}{R}, \quad (8)$$

где $u = \frac{\ell_p}{2} \sqrt{\frac{S}{D_1}}$.

Из (8) определим $\operatorname{tg} \alpha$, в результате получим

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{q \ell_p}{2S} - \left(\frac{1}{R} + \frac{q}{S} \right) \sqrt{\frac{D_1}{S}} \operatorname{th} u. \quad (9)$$

Полагая в (9) $D_1 = 0$, имеем

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{q \ell_p}{2S}. \quad (10)$$

Формула (10) справедлива для гибкой пластины (или нити).

Сравнительный анализ численного решения уравнения (7) относительно угла α и приближенного решения уравнения (9) показал, что ошибка не превосходит 1-2 %.

Для больших натяжений ленты ($S \gg 1$) $u \gg 1$ и $\operatorname{th} u \approx 1$. В этом случае формула (9) примет вид

$$\operatorname{tg} \alpha \approx \frac{q \ell_p}{2S} - \left(\frac{1}{R} + \frac{q}{S} \right) \sqrt{\frac{D_1}{S}}. \quad (11)$$

Полагая в (11) $\alpha = 0^\circ$, получим условие, при котором лента касается ролика в одной точке

$$\frac{q \ell_p}{2S} - \left(\frac{1}{R} + \frac{q}{S} \right) \sqrt{\frac{D_1}{S}} = 0. \quad (12)$$

Решив уравнение (12) относительно S и отбросив меньший корень, получим минимальное значение натяжения ленты $S_{\min}$, при котором лента с грузом касается ролика только в одной верхней точке:

$$S_{\min} = \frac{q^2 R^2 \ell_p^2}{16 D_1} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{16 D_1}{q R \ell_p^2}} \right). \quad (13)$$

Следовательно, если $S < S_{\min}$, то лента обхватывает ролик по некоторой дуге обхвата 2α , где α определяется из равенства (11). Если $S \geq S_{\min}$, то лента касается ролика в верхней точке ролика и $\alpha = 0^\circ$.

Из равенства (13) следует, что при увеличении нагрузки на ленту q минимальное значение натяжения ленты $S_{\min}$ возрастает практически по квадратичной зависимости. При уменьшении изгибной жесткости ленты D_1 минимальное натяжение ленты $S_{\min}$ уменьшается обратно пропорционально изгибной жесткости ленты.

Кроме того, уравнение (12) имеет решение, если

$$q \geq q_m = \frac{16 D_1}{R \ell_p^2}. \quad (14)$$

Из неравенства (14) следует, если $q \geq q_m$, то найдется такое $S_{\min} > 0$, что при $S \geq S_{\min}$ угол обхвата $\alpha = 0^\circ$ и лента касается ролика в верхней точке. Если $q < q_m$, то при любом натяжении ленты S угол обхвата $\alpha = 0^\circ$ и лента касается ролика в верхней точке.

Для значений параметров конвейера и ленты $h = 0,02$ м; $b = 0,6$ м; $R = 0,06$ м; $\ell_p = 1$ м; $E_l = 3 \cdot 10^7$ Н/м²; $\nu = 0,5$; $D_1 = 16$ Н·м²

$$q_m = \frac{16 \cdot 16}{0,06 \cdot 1^2} = 4266 \text{ Н (427 кг)}.$$

Следовательно, для ленточных конвейеров при $q < 470$ кг для любого натяжения S лента касается роликов роликоопоры в одной точке (угол обхвата $\alpha = 0^\circ$).

Определим теперь радиус кривизны ленты в точке ее контакта с верхней точкой ролика при $\alpha = 0^\circ$, т.е. при $S > S_{\min}$.

Радиус кривизны ρ цилиндрической пластины или балки определяется по формуле [7]

$$\rho = -\frac{D_1}{M_0}. \quad (15)$$

Подставляя в формулу (15) M_0 из формулы (5), в предположении, что $\alpha = 0^\circ$ ($a = 0$), после преобразования получим

$$\rho = \frac{S \cdot thu}{q(u - thu)}. \quad (16)$$

Для больших значений S ($S \gg 1$) $u \gg 1$ и $thu \approx 1$ формула (16) после преобразования примет вид

$$\rho \approx \frac{2\sqrt{SD_1}}{q\ell_p}. \quad (17)$$

Из последнего выражения следует, что с увеличением натяжения и жесткости ленты радиус изгиба ленты увеличивается, а с увеличением погонной нагрузки на ленте радиус изгиба ленты уменьшается.

Расчеты показали, что радиус изгиба ленты мощных ленточных конвейеров ($S \geq 1000$ кг) практически на порядок больше радиуса ролика.

Кроме того, как показали расчеты, при $S \geq 1000$ кг максимальный прогиб ленты между роlikоопорами ленточного конвейера ($\ell_p = 1$) не превышает 2-3 %.

Следовательно, для мощных ленточных конвейеров ($S \geq 1000$ кг) составляющая силы сопротивления движению ленты по роlikоопорам конвейера от изгиба ленты и деформации груза незначительна по сравнению с составляющей силы сопротивления от сжатия ленты при вдавливании ролика в ленту. Для конвейеров средней мощности ($100 \leq S < 1000$ кг) наоборот сила сопротивления движению ленты с грузом по роlikоопорам от вдавливания ролика в ленту незначительна по сравнению с силой сопротивления от изгиба ленты и деформации груза.

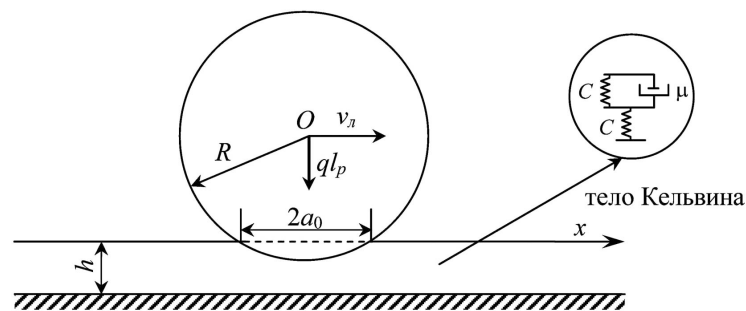


Рис. 2 – Расчетная схема движения ролика по вязкоупругому слою

В дальнейшем рассмотрим случай, когда $S \geq 1000$ кг. В этом случае лента касается ролика ($\alpha = 0^\circ$), скольжения в зоне контакта отсутствуют, а сила сопротивления качению ролика по ленте обусловлена гистерезисными потерями от деформации резины при вдавливании ролика в ленту конвейера [8].

Предположим, что ролик катится по вязкоупругому основанию, представляющему собой слой толщиной h и шириной b , лежащий на абсолютно твердой плоскости. Вязкоупругий слой представляет собой систему параллельных невзаимодействующих между собой вязкоупругих элементов Кельвина (рис. 2).

Согласно [6], коэффициент сопротивления k_1 , характеризующий гистерезисные потери энергии при качении ролика по вязкоупругому слою, определяется по формуле

$$k_1 = 0,21 \left(\frac{q\ell_p}{bR^2} \cdot \frac{h}{K} \right)^{1/3} \cdot \varphi(v_n), \quad (18)$$

$$\text{где } \varphi(v_n) = \begin{cases} v_n/v_k, & \text{если } v_n \leq v_k; \\ v_k/v_n, & \text{если } v_n > v_k. \end{cases}$$

Здесь q – погонная нагрузка на роlikоопору с учетом сил инерции, Н/м; v_k – критическая скорость ленты, при которой сила сопротивления качению ролика по ленте максимальная, м/с; ℓ_p – расстояние между роlikами, м; b – приведенная длина ролика, м; R – радиус ролика, м; K – модуль упругости ленты на сжатие, Н/м².

Критическая скорость ленты v_k , согласно [6], определяется по формуле

$$v_k = \frac{a_0}{T}, \quad (19)$$

где a_0 – половина длины контакта ролика с лентой, м;
 T – время релаксации при сжатии ленты в процессе качения ролика по ленте, с.
 При этом a_0 и T определяются по формулам [6]

$$a_0 = \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{q \ell_p R}{b} \cdot \frac{h}{K} \right)^{1/3}, \quad T = \frac{\mu}{4K}, \quad (20)$$

где μ – коэффициент вязкости ленты, Н·с/м².

Определим теперь коэффициент сопротивления движению ленты с грузом по трехроликовой опоре конвейера. Предположим, что лента представляет собой вязкоупругий слой толщиной h , лежащий на твердом основании.

Тогда, следуя работе [4], движение ленты по роликоопорам конвейера можно представить как качение роликоопор по вязкоупругому слою, лежащему на твердом основании. При этом на роликоопору действует сила тяжести, которая уравнивается реакцией центральных и боковых роликов. Касательными составляющими реакции роликов пренебрегаем. В результате коэффициент сопротивления движению ленты с грузом по трехроликовым опорам определяется по формуле

$$\omega' = (k_1 + k_2) K_\delta K_\beta, \quad (21)$$

где k_1 – коэффициент сопротивления качению ролика по ленте конвейера с учетом динамической составляющей нормальной силы, действующей на роликоопору, который определяется по формуле (11), где вместо параметра q подставлен параметр $q_1 = qK_\delta$;
 $k_2 = 0,004 \div 0,005$ – коэффициент сопротивления вращению роликов;

$K_\delta = 1 + \frac{q}{gS} v_\pi^2$ – коэффициент динамичности, учитывающий влияние на ω' инерционной силы при прохождении ленты и груза через роликоопору;

$K_\beta = \frac{1 + 2a_1 \cos \beta}{1 + 2a_1 \cos^2 \beta}$ – коэффициент, учитывающий влияние на ω' неравномерность

распределения нагрузки между центральными и боковыми роликами;

$q = (q_r + q_\pi) \cos \alpha$ – погонная нагрузка от груза и ленты конвейера, Н/м;

$a_1 = \ell_1 / \ell_2$;

β – угол наклона боковых роликов, град;

ℓ_1, ℓ_2 – длина среднего и бокового ролика, м.

Анализ формулы (21) с учетом (18) показал, что при постоянной скорости ленты v_π с увеличением погонной нагрузки q_r коэффициент сопротивления ω' увеличивается. А при постоянной погонной нагрузке q_r с увеличением скорости ленты конвейера от 0 до v_k коэффициент сопротивления ω' увеличивается до максимального значения и при дальнейшем увеличении скорости ленты конвейера, т.е. при $v_\pi > v_k$, уменьшается до нуля. При этом критическая скорость ленты v_k с увеличением времени релаксации T (увеличением вязкости ленты μ) уменьшается.

На рис. 3 и рис. 4 показаны графики зависимости коэффициента сопротивления ω' от погонной нагрузки q_r при постоянной скорости ленты $v_\pi = 2$ м/с и зависимости ω' от скорости ленты конвейера v_π при постоянной погонной нагрузке $q_r = 2000$ Н соответственно. При этом исходные данные принимали значения: $S = 20000$ Н; $q_\pi = 1000$ Н; $\alpha = 0^\circ$; $\ell_p = 1$ м; $\ell_1 = \ell_2 = 0,456$ м; $b = 0,456$ м; $\beta = 30^\circ$; $R = 0,06$ м; $h = 0,02$ м; $K = 3 \cdot 10^7$ Н/м²; $k_2 = 0,005$. Кривые на этих графиках построены согласно формул (21) и (18) при различных коэффициентах вязкости ленты $\mu = 12 \cdot 10^5$ Н·с/м² (кривая 1) и $\mu = 24 \cdot 10^5$ Н·с/м² (кривая 2), что соответствует времени релаксации на сжатие ленты $T = 0,01; 0,02$ с соответственно.

Из графиков (см. рис. 3) видно, что с увеличением погонной нагрузки коэффициент сопротивления движению ленты по роликоопорам увеличивается, а с увеличением времени релаксации ленты уменьшается.

Из графиков (см. рис. 4) видно, что с увеличением скорости ленты конвейера коэффициент сопротивления ω' увеличивается до максимального значения и при дальнейшем увеличении скорости ленты конвейера, т.е. при $v > v_k$, уменьшается до нуля. При этом максимальное значение ω' не зависит от времени релаксации и с его увеличением критическая скорость v_k уменьшается.

Следовательно, для мощных ленточных конвейеров, работающих в условиях горных предприятий, при натяжении ленты $S \geq 1000$ кг коэффициент сопротивления движению ленты с грузом по роликоопорам ω' зависит от скорости ленты конвейера и не зависит от натяжения ленты и обусловлен потерями энергии от вдавливания роликов в ленту при их качении по ленте конвейера и потерями энергии в подшипниках при вращении роликов.

При этом установлено, что коэффициент сопротивления ω' при натяжении ленты $S \geq 1000$ кг и постоянной скорости ленты конвейера с увеличением погонной нагрузки увеличивается. При постоянной погонной нагрузке коэффициент сопротивления ω' с увеличением скорости ленты конвейера от нуля до критической величины v_k увеличивается до максимального значения и при дальнейшем увеличении скорости ленты уменьшается до нуля.

Кроме того, из графиков на рис. 3 и рис. 4 видно, что при $v_l > v_k$ чем больше время релаксации, тем меньше коэффициент сопротивления ω' и при $v_l < v_k$ – наоборот. Это объясняется тем, что при скоростях $v_l > v_k$ с увеличением скорости ленты v_l скорость деформации ленты уменьшается, а, следовательно, и гистерезисные потери механической энергии при вдавливании роликов в ленту уменьшаются. При скоростях $v_l < v_k$ с увеличением скорости ленты v_l скорость деформации увеличивается, а, следовательно, и гистерезисные потери механической энергии при вдавливании роликов в ленту увеличиваются.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шахмейстер Л.Г. Теория и расчет ленточных конвейеров / Л.Г. Шахмейстер, В.Г. Дмитриев. – М.: Машиностроение, 1987. – 336 с.
2. Смирнов В.К. Сопротивление движению ленты от шевеления материала при проходе роликов / В.К. Смирнов, И.А. Шпакунов // Горнорудные машины и автоматика: сб. тр. – М.: Недра, 1966. – Вып. 2. – С. 228-235.
3. Смирнов В.К. О сопротивлении движению конвейерной ленты по роликам / В.К. Смирнов, Г.К. Демин // Теория горных машин и рабочих процессов. – К.: Наук. думка, 1977. – С. 43-50.
4. Троцило В.С. Соотношения между составляющими сопротивления движению ленты на роликоопоре / В.С. Троцило, А.Н. Бондаренко // Сборник науч. тр. Национального горного университета. – Днепропетровск. – 2002. – № 32. – С. 123-128.
5. Кирия Р.В. Об определении коэффициента сопротивления движению ленты конвейера по роликоопорам / Р.В. Кирия, Т.Ф. Мищенко, Р.Г. Павленко // Геотехническая механика: Межвед. сб. научн. тр. / ИГТМ НАНУ. – Днепропетровск, 2003. – Вып. 47. – С. 98-107.

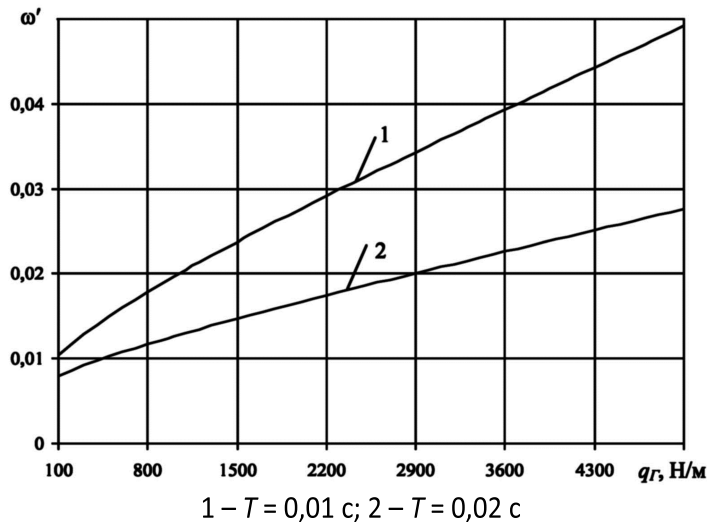


Рис. 3 – Графики зависимости коэффициента сопротивления ω' от погонной нагрузки q_G
1 – $T = 0,01$ с; 2 – $T = 0,02$ с

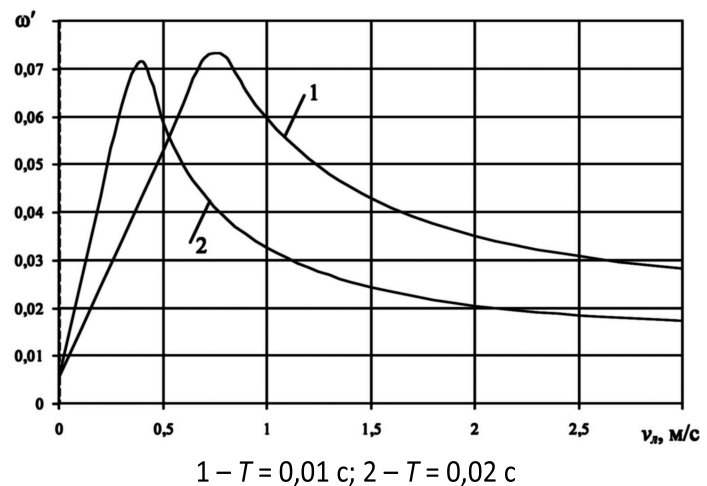


Рис. 4 – Графики зависимости коэффициента сопротивления ω' от скорости ленты v_l
1 – $T = 0,01$ с; 2 – $T = 0,02$ с

6. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. – М.: Мир, 1989. – 510 с.
7. Тимошенко С.П. Пластины и оболочки / С.П. Тимошенко, С. Войковский-Кригер. – М.: Физ.-мат. литература, 1963. – 635 с.
8. Мур Д. Трение и смазка эластомеров. – М.: Химия, 1977. – 262 с.